



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

경영학석사 학위논문

**Comparison of Forecasting Performance in the
FOREX Market**

환율 예측 모형의 성과 비교 분석

2020년 7월

서울대학교 대학원

경영학과

우누벌드

Comparison of Forecasting Performance in the FOREX Market

환율 예측 모양의 성과 비교 분석

지도 교수 이관휘

이 논문을 경영학석사 학위논문으로 제출함

2020 년 7 월

서울대학교 대학원

경영학과

우누벌드

우누벌드의 석사 학위논문을 인준함

2020 년 7 월

위원장 _____ 조 재 호 (인)

부위원장 _____ 박 소 정 (인)

위 장 _____ 이 관 휘 (인)

초록

본 연구의 목표는 외환시장에서 거래하는 개인 투자자들이 환율 시리즈의 미래 값을 예측할 경우에는 통계적으로 널리 알려진 예측 모델들인 moving average time series regression, Holt-Winters 승법적인 계절 모형, 승법적인 분해 모형이라는 3 가지 모델 중에서 어떤 예측 모델을 사용하면 비교적 잘 예측하는지를 알아내기 위해서다. 연구에 외환시장의 USDJPY 환율에 해당하는 1992 년 4/4 분기부터 2019 년 3/4 분기까지의 분기별로 구성된 데이터를 사용하였다. 각 모델의 예측 성과를 평가할 때 in-sample 기간에 6 가지, out-of-sample 기간에 3 가지 테스트를 사용하였다. 결과적으로 out-of-sample 검정의 평균적인 평가를 바탕으로 이러한 3 가지 예측 모델 중에서 Holt-Winters 승법적인 계절 모형의 예측력이 비교적 높다는 결론을 내렸다.

핵심어: 승법적인 분해 모형, 예측 오차, 계절적인 변동성, 추세, 주기적인 변동성, 승법적인 계절 모형

차례

초록	I
차례	II
그림목차	III
표 목차	IV
제1장: 서론	01
제2장: 각 예측 모델의 소개	03
2.1 Moving average time series regression 모델	03
2.2 Holt-Winters 승법적인 계절 모형	06
2.3 승법적인 분해 모형	11
제3장: 데이터 마이닝 및 개정	15
제4장: 예측 성과 검증	16
제5장: 모델링 결과	18
2.1 Moving average time series regression 모델	18
2.2 Holt-Winters 승법적인 계절 모형	21
2.3 승법적인 분해 모형	24
제6장: 예측 성과 오차 요약	26
제7장: 결론	27
참고 논문	29
부록	33

그림목차

그림1 회귀선, 실제 환율 시리즈, 예측 성과 오차	04
그림2 Moving average time series regression 모델을 만드는 과정	06
그림3 Holt-Winters 승법적인 계절 모형을 만드는 과정	11
그림4 승법적인 분해 모형을 만드는 과정	15
그림5 Moving average time series regression 모델의 예측 성과	21
그림6 Holt-Winters 승법적인 계절 모형의 예측 성과	23
그림7 승법적인 분해 모형의 예측 성과	26

표 목차

표1 In-sample 및 out-of-sample 검정	17
표2 Moving average time series regression의 요약 결과	18
표3 Moving average time series regression의 in-sample 검정 결과	19
표4 Moving average time series regression의 out-of-sample 검정 결과	20
표5 Holt-Winters 승법적인 계절 모형의 in-sample 검정 결과	21
표6 Holt-Winters 승법적인 계절 모형의 out-of-sample 검정 결과	24
표7 승법적인 분해 모형의 in-sample 검정 결과	24
표8 승법적인 분해 모형의 out-of-sample 검정 결과	25

1. 서론

다양한 분야에서 경쟁이 더욱 심해지고 있는 현대에 외환시장의 개인 투자자들이 자기 거래에 대한 결정을 할 때 합리적으로 분석한 정보를 효율적으로 사용할 필요가 있다. 이러한 거래 운영에 관계 있는 핵심 것들 중에서 외환시장 환율의 미래 값을 예측하는 기술적인 분석 방법이 중요하다. 정확한 예측 방법이 없으면 외환시장의 개인 투자자들이 거래 운영의 관리로부터 다양한 계획까지에 대한 결정을 최적으로 내릴 수 없음에 따라 거래의 위험도 커지고 손해를 받을 것이다. 외환시장에서 거래하는 개인 투자자들이 기본적으로 알아야 하는 2 가지 분석 방법이 있다. 첫 번째는 기본적인 분석이고, 두 번째는 기술적인 분석이다. 본 논문에서 연구하는 예측 모델들은 두 번째 분야에 포함된다. 외환시장의 전문적인 참가자들은 아니고 개인 투자자들은 기본적인 분석을 제대로 분석하면서 나타난 결과를 효과적으로 거래 결정에 사용하는 것은 거의 불가능하다. 그래서 개인 투자자들에게 외환시장의 수많은 환율에 대한 데이터를 가능한 수준까지 분석하는 기술적인 접근 방법이 필요하다. 실생활에서 대기업 및 투자은행의 전문가들이 최적수준까지 환율의 미래 값을 예측하고 나타난 결과를 바탕으로 모든 거래를 하고 있다. 골드만 삭스 투자은행은 외환시장에서 1 년에 평균적으로 250일에 환율 거래를 하고 33일에만 손해를 봤다는 연구 결과도 있다. 반대로 개인 투자자들의 80% 부터 90%까지는 손해를 보고 있다. 유감이지만 수학, 통계학, 계량 경제학에 해당하는 높은 수준까지 만들어낸 예측 모델들이 있지만 개인 투자자들이 외환시장의 환율을 예측할 수 있는 적합한 방법을 아직도 도입하지 않는 점이 많다는 것은 사실이다. 대부분의 개인 투자자들이 그래프 패턴 및 여러 가지 기술적인 지표를 사용하고 환율을 예측하고 있지만 이러한 방법은 단점이 많아서 외환시장의 미래를 잘 알아내지 못하게 되

고 이로 인해 개인 투자자들의 경쟁력도 감소되고 많은 손해를 보고 있다는 것은 안타깝다. 외환시장의 환율을 아무 오차 없이 백발백중 예측하는 성과는 불가능하지만 환율 변경에 대한 시리즈에서 계절적인 변동성, 추세, 주기적인 변동성이라는 3 가지 요소가 존재하면 환율의 미래 값을 어떤 수준까지 예측할 수 있다. 본 논문의 바탕이 되는 핵심적인 논문은 Prajakta S. Kalekar 연구자의 2004 년에 쓴 “Time series forecasting using Holt-Winters exponential smoothing”이라는 연구이며, 본 연구에서는 Holt-Winters exponential smoothing 모델의 2 가지 종류인 가법적인 계절 모형과 승법적인 계절 모형을 식품 공업 분야에 해당하는 데이터를 사용해서 자세히 분석하였다. 본 연구자는 예측하는 시계열 데이터에서 추세 및 계절적인 변동성이라는 2 가지 요소가 존재하는 경우에 Holt-Winters 모델, 특히 Holt-Winters 승법적인 계절 모형이 본 데이터의 미래 값을 잘 예측할 수 있다는 결론을 내렸다. 시계열 데이터의 미래 값을 예측하는 과정에 널리 사용되는 모델들을 대표적으로 언급하면 Box-Jenkins 모델, Lee-Carter 모델, Winter’s 지수 평활 모형, 홀트 모델, 계절적인 회귀 모형, 분해 모델과 ARIMA 모델 등이다. 미래의 값을 예측하는 이러한 모델들은 다 같이 장점과 단점이 있다. 본 연구의 기본이 된 논문들에서 가장 많이 추천되었던 3 가지 모델인 moving average time series regression, Holt-Winters 승법적인 계절 모형, 승법적인 분해 모형을 본 연구에서 자세히 분석해 외환시장에서의 환율 미래 값을 어떤 기술적인 예측 모델은 비교적 잘 예측하는지를 실제의 정보에 의거하여 알아내기를 싶다. Moving average time series regression 모델에 있어서 시계열 데이터에서 추세만 존재하는 경우 그 시리즈의 미래 값을 상대적으로 잘 예측하는 모델이다. 그리고 개인 투자자들도 사용하기가 간편하다. 본 예측 모델은 단기적인 데이터의 미래 값을 예측하는 경우에 널리 사용되는 모델이다.

Holt-Winters 승법적인 계절 모형은 기타 복합적인 모델들과 비교하면 시계열 데이터에서 추세, 계절적인 변동성이라는 2 가지 요소가 존재하는 경우에 그 시리즈의 미래 값을 잘 예측하는 통계적으로 유명한 모델들 중 하나로 꼽혀 왔다. 본 예측 모델은 분기별로 구성된 데이터를 사용해서 예측하는 모델이다. 마지막으로 연구하는 예측 모델인 승법적 분해 모형 모델은 시계열 데이터에서 주기적인 변동성, 추세, 계절적인 변동성이라는 3 가지 요소가 다 존재하는 경우에 미래 값을 잘 예측하는 모델이고 사용하는 데이터 시리즈를 월별로, 분기별로 다 사용할 수 있는 것은 장점이다. 그런데 본 예측 모델의 단점은 분석하는 시리즈에서 계절적인 변동성이 적어지면 이에 따라 모델 성과의 오차가 커지는 것이다.

2. 예측 모델의 소개

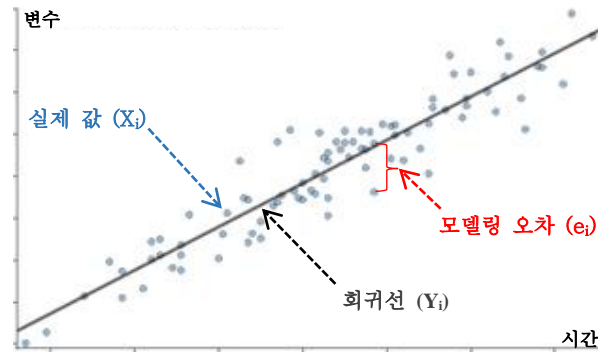
2.1 Moving average time series regression model

시계열 데이터를 분석하고 미래의 값을 예측하는 계량적인 모델은 시계열 회귀모형이다. 시계열 회귀모형은 “ordinary least squares-OLS”이라는 통계적인 원칙을 바탕으로 모델의 예측 성과와 실제로 나타난 시리즈를 서로 비교하면서 예측 성과의 오차가 가장 작게 나타나도록 대표적인 평균값으로 회귀선을 수립하는 방법이다. 본 모델의 이론적인 내용에서 언급하면 다음과 같다. $\{Y_i, X_{i1}, \dots, X_{ip}\}_{i=1}^n$ 이러한 통계적인 데이터 세트가 있다면 시계열 회귀모형에 있어서 종속 변수인 Y 와 독립 변수인 X 간에 선형 관계가 있다고 가정한다. 본 모델의 2 가지 변수의 상관관계는 100%에 미치지 못하면 나머진 부분을 회귀평가의 절편과 잔차가 설명하게 된다. 이에 대한 의미를 간단하게 그림1에 표현하였다. 그리고 본 모델의 수학적 방정식은 다음과 같다. 본 모델의 수학적 방정식은 다음과 같다.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_p X_{ip} + e_i = X_i^T \beta + e_i \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

위에 있는 방정식의 변수들을 설명하면 Y_i 는 종속 변수, β_0 는 회귀평가의 절편, $X_{i1}-X_{ip}$ 는 독립 변수, e_i 는 잔차이다. 방정식의 뒷부분은 본 모델을 행렬 모양으로 표현한 내용이다.

그림 1: 회귀선, 실제 환율 시리즈, 예측 성과 오차



다시 말하면 위의 방정식에서 X_i 변수가 독립 변수이고 다른 영향을 미칠 수 있는 요소들이 변하지 않는 경우에 X_i 의 움직임에 따라 Y_i 가 어떻게 움직이는 것을 설명하는 모델은 시계열 회귀모형이다. 본 모델에 몇 가지 기본적인 가정이 있다. 첫 번째는 X_i 변수들이 비공선적인(no collinearity) 모양으로 있어야 한다. 두 번째는 e_i 가 X_i 와 어떤 관계가 없어야 한다. 세 번째는 e_i 변수들이 서로 자기 상관이 없어야 한다. 네 번째는 e_i 변수들이 등분산성(homoscedasticity)이 있어야 한다. 시계열 회귀 모형의 바탕이 되는 Gauss-Markov의 이론에서는 OLS 평가자인 β (회귀선의 기울기)가 BLUE(Best minimum variance, Linear function, Unbiased, Estimator of the coefficients)이라는 조건을 갖춰야 한다는 내용이 있다. 또한 e_i 변수들이 거의 정규 분포 모양으로 흩어져야 한다.

위에 언급했던 이론적인 조건을 바탕으로 moving average time series

regression 예측 모델을 사용하기 위해서 제일 먼저 주목해야 할 것은 모델에 사용되는 시계열 데이터에서 계절적인 변동성으로부터 다양한 요소에서 영향을 받았던 값의 변동폭을 비교적으로 감소시켜야 한다는 점이다. 그래서 분석가들이 본 예측 모델을 사용할 때 먼저 데이터를 이러한 변동성에서 벗어나도록 스무딩하는 이동 평균 방법을 사용하여 변화시킨 후에 시계열 회귀모형에 사용하고 본 시리즈의 미래 값을 예측하는 것이다. 이동 평균 방법을 본 장의 마지막 부분에서 구체적으로 설명하겠다. 본 예측 모델을 간단하게 다시 표현하면 다음과 같다.

$$y = a + b \cdot x \quad (2)$$

그리고 a 하고 b 계수들에 대한 수학적인 방정식은 다음과 같이 표현된다. /여기서: y-종속 변수, x-독립 변수, n-샘플 기간/

$$a = \frac{(\sum y)(\sum x^2) - (\sum x)(\sum xy)}{(n(\sum x^2) - (\sum x)^2)} \quad (3)$$

$$b = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{(n(\sum x^2) - (\sum x)^2)} \quad (4)$$

위에 언급했던 바와 같이 외환시장의 환율 변경에 대한 데이터는 계절적인 변동성으로부터 다양한 영향을 받기 때문에 편동폭이 상대적으로 높아서 본 시리즈를 이동평균 방법으로 스무딩한 후에 시계열 회귀모형에 사용하고 본 시리즈의 미래의 값을 예측한다. 이동평균 방법을 수학적인 방정식으로 간단하게 표현하면 다음과 같다. 본 방정식의 n는 이동평균의 기간 단위, X_i 는 기간 i에 해당하는 변수이다.

$$MA(n) = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (5)$$

본 모델을 사용해서 환율의 미래 값을 예측하는 과정의 수학적인 방정식과 중요한 내용을 간단하게 표현하면 다음과 같다.

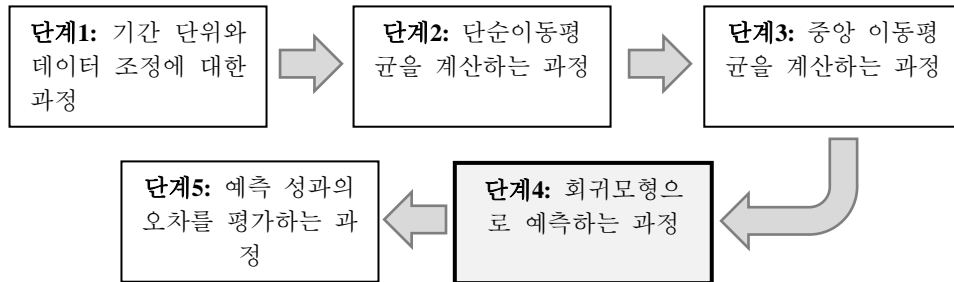
$$MA(4)_t = \frac{ACP_{t-2} + ACP_{t-1} + ACP_t + ACP_{t+1}}{4} \quad (6)$$

$$CMA_t = \frac{MA(4)_t + MA(4)_{t+1}}{2} \quad (7)$$

$$CMA_t = a + b * X_t + e_t \quad (8)$$

여기서 ACP(Actual Close Price)는 실제 환율 값, MA(Moving Average)는 단순이동평균, CMA(Central Moving Average)는 중앙 이동평균이다. 세 번째 방정식은 본 시계열 회귀모형이고 CMA 값이 종속 변수로, X(Time)는 독립 변수로 각각 사용되었다. 이어서 본 모델에 어떤 데이터를 사용하는지, 예측 성과를 어떻게 테스트하는지에 대한 내용을 다음 장에서 자세히 설명한다.

그림 2: Moving average time series regression 모델을 만드는 과정



2.2 Holt-Winters multiplicative seasonal model

본 예측 모델은 트리플 지수 평활법을 바탕으로 시계열 데이터에서 계절적인 변동성 및 추세가 존재하는 경우에 그 시리즈의 미래의 값을 예측

하는 통계적 모델이다. 어떤 시계열 데이터에서 계절적인 변동성과 추세가 있는지는 다음과 같은 식으로 표현된다. 첫 번째는 본 시리즈가 시간이 갈수록 계절적으로 비슷한 모양으로 흩어지면 그 시리즈에서 계절적인 변동성이 존재한다는 의미다. 그리고 시간이 갈수록 본 시리즈가 전체적으로 올라가(내려가)는 경우에는 상승세(하락세)가 있다는 것을 증명한다. 시계열 데이터에서 어떤 추세가 있느냐에 따라 Holt-Winters 예측 모델을 2 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째는 Holt-Winters 승법적인 계절 모형, 두 번째는 가법적인 계절 모형이다. 가법적 계절성은 시간이 갈수록 계절적인 변동폭이 안정적으로 이어지는 반대 승법적인 계절성은 변동폭이 더 커지는 것이다. 본 연구 논문에서는 Holt-Winters 승법적인 계절 모형을 사용하여 환율의 미래 값을 예측한다. 왜냐하면 본 모델은 환율 종류에 따라 계절적인 변동성이 변화하는 시리즈에서 상대적으로 잘 적합하기 때문이다.

본 모델의 수학적 공식은 다음과 같다. /여기서: R_{t-1} -비계절적인 요소, G_{t-1} -선형성의 요소, S_{t+T-L} -계절적인 요소, e_t -잔차/

$$y_{t+T} = (R_{t-1} + T * G_{t-1}) * S_{t+T-L} + e_t \quad (9)$$

본 모델은 3 가지 지수 평활법의 방정식을 포함하고 있으며, 그것을 순서대로 설명하면 다음과 같다. 첫 번째 방정식인 비계절적인 요소는 다음과 같다. 이러한 변수는 어떤 시계열 데이터에서 추세, 계절적인 변동성이라는 2 가지 요소가 존재하는 경우에는 그 시리즈를 계절적인 변동성에서 벗어나도록 조정해주는 과정이다. 아래에 있는 방정식의 “ $R_{t-1} + G_{t-1}$ ” 부분은 “ $t-1$ ” 기간에 해당하는 비계절적인 요소이고, “ y_t / S_{t-L} ”는 “ t ” 기간에 해당하는 비계절적인 요소를 표현하는 부분이다. 핵심적으로 이 방정식의 중요한 목표는 2 가지 기간에 해당하는 비계절적인 요소들을

합쳐서 가중 평균을 계산하고 “t” 기간에 해당하는 비계절적인 요소를 최종적으로 만들어내는 것이다. 아래 방정식의 각 변수를 설명하면 α 는 첫 번째 지수 평활 계수 ($0 < \alpha < 1$), G_{t-1} 는 선형성의 요소, y_t 는 실제 값, S_{t-L} 는 계절적인 요소, y_t/S_{t-L} 는 계절적인 지수이다.

$$R_t = \alpha * (R_{t-1} + G_{t-1}) + (1 - \alpha) * y_t / S_{t-L} \quad (10)$$

두 번째 방정식인 선형 경향성의 요소는 다음과 같다. 이러한 변수는 어떤 시계열 데이터의 추세를 계산하는 계단이다. 아래에 있는 방정식의 “ G_{t-1} ” 부분은 “t-1” 기간에 해당하는 추세를 표현하는 것이고, “ $R_t - R_{t-1}$ ”는 “t” 기간에 해당하는 추세를 대표한 부분이다. 핵심적으로 이 방정식의 중요한 목표는 2 가지 기간에 해당하는 선형 경향성의 요소들을 합쳐서 가중 평균을 계산하고 “t” 기간에 해당하는 선형 경향성의 요소를 최종적으로 만들어내는 것이다. 아래 방정식의 각 변수를 설명하면 β 는 두 번째 지수 평활 계수 ($0 < \beta < 1$), G_{t-1} 는 선형성의 요소, R_t 는 비계절적인 요소이다.

$$G_t = \beta * G_{t-1} + (1 - \beta) * (R_t - R_{t-1}) \quad (11)$$

세 번째 방정식인 계절적인 변동성의 요소는 다음 식으로 표현된다. 이러한 변수는 어떤 시계열 데이터의 계절적인 변동성을 계산하는 계단이다. 아래에 있는 방정식의 “ S_{t-L} ” 부분은 “t-L” 기간에 해당하(L-분기별로 구성된 데이터를 사용하는 경우에는 4 값으로 계산한다)는 계절적인 변동성을 표현하는 것이고, “ y_t/R_t ”는 “t” 기간에 해당하는 계절적인 변동성을 기초적으로 만들어낸 부분이다. 마지막으로 이 방정식의 중요한 목표는 2 가지 기간에 해당하는 계절적인 변동성의 요소들을 합쳐서 가중 평균을 계산하고 “t” 기간에 해당하는 계절적인 변동성을 최종적으로 만들어내는 것이다. 방정식의 각 변수를 설명하면 γ 는 세 번째 지수 평활 계

수 ($0 < \gamma < 1$), S_{t-L} 는 계절적인 요소, R_t 는 비계절적인 요소, y_t 는 실제의 값이다.

$$S_t = \gamma * S_{t-L} + (1 - \gamma) * y_t / R_t \quad (12)$$

위에 언급했던 비계절적인 요소, 선형 경향성의 요소, 계절적인 변동성의 요소를 포함되어서 데이터의 미래 값을 어떻게 계산하는지에 대한 방정식인 다음과 같다. /여기서: T-기간 단위/

$$y_{t+T} = (R_{t-L} + T * G_{t-L}) * S_{t+T-L} \quad (13)$$

이러한 예측 모델의 초기값을 만들기 위해서 최소한 2 계절이나 $2 * L$ 정도(L -분기별로 구성된 데이터를 사용하는 경우에는 4 값으로 계산한다)의 데이터 시리즈가 필요하다. 모델의 초기값을 어떻게 만드는지에 대해 살펴보자.

첫 번째 단계에는 비계절적인 요소의 초기값을 만들기 위해서 최소한 3 년의 환율 시리즈를 분기별로 정리한 다음에 2 년에 해당하는 단순이동평균을 세 번째 분기부터 분기마다 아래에 있는 식으로 계산한다. /여기서: $R_{j,0}$ -비계절적인 요소, y_j -실제 변수, $j = 3, 4, \dots, t-2$ /

$$R_{j,0} = (y_{j-2} + 2 * (y_{j-1} + y_j + y_{j+1}) + y_{j+2}) / 8 \quad (14)$$

두 번째 단계는 선형 경향성 요소의 초기값을 다음과 같은 식으로 계산한다. /여기서: G -추세, R -비계절적인 요소, $j = 4, 5, \dots, t-2$ /

$$G_{j,0} = R_{j,0} - R_{j-1,0} \quad (15)$$

세 번째 단계는 계절적인 변동성 요소의 초기값을 다음과 같은 식으로 계산한다. /여기서: $j = 7, 8, \dots, t-2$ /

$$S_{j,0} = (y_j / R_{j,0} + y_{j-4} / R_{j-4,0}) * 1/2 \quad (16)$$

Holt-Winters 승법적인 계절 모형으로 환율의 미래 값을 예측할 때 본 모델 지수 평활 계수들인 α , β , γ 최대한의 값을 계산하기 전에 기본적으로 2 가지 방법 중 하나를 선택해야 한다. 첫 번째는 비조정의 방법이다. 이는 예측 모델의 지수 평활 계수들을 한 번만 계산한 후에 변화시키지 않고 그대로 한참 사용하는 방법이다. 본 계수들을 최적화할 때 예측 모델의 평균자승오차이나 평균 절대 오류율 등 예측 성과의 오차를 평가하는 핵심적인 지표들을 최소한 수준에 달성하도록 시뮬레이션을 해서 찾아낸다. 비조정 방법의 장점은 지수 평활 계수들을 계속 변화시키지 않는 것이다. 두 번째는 조정의 방법이며, 이는 예측 모델의 지수 평활 계수들을 앞으로 다시 변화시키고 사용하는 방법이다. 최소한 2 년마다 다시 변화시키고 모델에 사용하는 것이다. 본 모델을 사용해서 환율의 미래 값을 예측하는 과정의 수학적인 방정식과 중요한 내용을 간단하게 표현하면 다음과 같다.

본 모델의 초기값을 계산하는 단계는 아래에 있는 식으로 계산된다.

$$MA_{t-1} = \frac{ACP_{t-3} + 2 * (ACP_{t-2} + ACP_{t-1} + ACP_t) + ACP_{t+1}}{8} \quad (17)$$

$$G_{t-1} = MA_{t-1} - MA_{t-2} \quad (18)$$

$$S_{t-1} = \frac{ACP_{t-5} / MA_{t-5} + ACP_{t-1} / MA_{t-1}}{2} \quad (19)$$

가중 평균을 바탕으로 각 변수의 미래 값을 계산하는 단계는 다음과 같다.

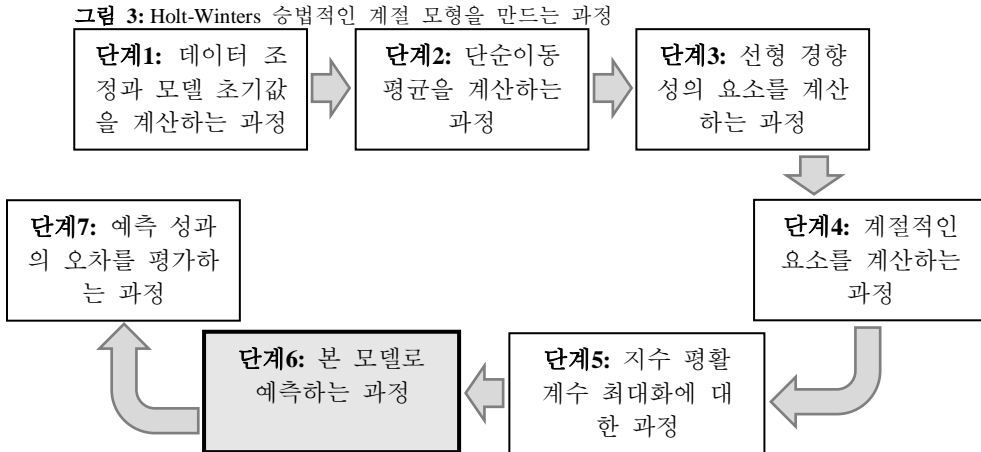
$$MA_t = \alpha * (MA_{t-1} + G_{t-1}) + (1 - \alpha) * ACP_t / S_t \quad (20)$$

$$G_t = \beta * G_{t-1} + (1 - \beta) * (MA_t - MA_{t-1}) \quad (21)$$

$$S_t = \gamma * S_{t-4} + (1 - \gamma) * ACP_t / MA_t \quad (22)$$

$$FP_{t+T} = (MA_{t-1} + T * G_{t-1}) * S_{t+T-4} + e_T \quad (23)$$

여기서 ACP(Actual Close Price)는 실제 환율 값, MA(Moving Average)는 단순이동평균, G는 선형 경향성 요소, S는 계절적인 변동성의 요소이다. α , β , γ 는 지수 평활 계수들이고 통계적으로 0-1 차이에 있어야 한다. FP(Forecasted Price)는 예측하는 환율, T(Time)는 기간 단위, e는 잔차이다.



2.3 Multiplicative decomposition model

본 모델은 시계열 데이터에서 추세, 계절적인 변동성, 주기적인 변동성이라는 3 가지 요소가 다 존재하는 경우에 그 시리즈의 미래 값을 예측하는 모델이다. 그래서 이러한 모델은 시계열 데이터를 5 가지 기본적인 부분으로 구분한다. 각 부분을 언급하면, 평균 값이, 장기적인 추세, 계절

적인 변동성, 주기적인 변동성 및 확률 변수이다. 승법적인 분해 모형을 전반적으로 2 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째는 가법적인 분해 모형이고, 두 번째는 승법적인 분해 모형이다. 본 논문에서는 승법적인 분해 모형을 자세히 연구한다. 이러한 종류를 꼽게 된 이유는 장기간에 해당하는 시계열 데이터를 분석할 때는 가법적인 분해 모형보다 승법적인 분해 모형이 더 적합하기 때문이다. 본 모델의 핵심적인 방정식은 다음과 같다. 각 변수를 설명하면, X_t 는 예측된 값, U 는 실제 평균 값, T_t 는 추세, C_t 는 주기적인 요소, S_t 는 계절적인 요소, R_t 는 확률 변수이다.

$$X_t = U * T_t * C_t * S_t * R_t \quad (24)$$

승법적인 분해 모형은 통계적으로 널리 사용되는 예측 모델들 중 하나지만 한 가지 단점이 있다. 그것은 주기적인 요소를 세심하게 정의하지 못하는 점이다. 그래서 실생활에서 이러한 모델로 어떤 데이터의 미래 값을 예측하는 전문가들이 자기 경험 및 공식화에 의하여 조금씩 변화시켜서 사용하는 모델이다. 본 예측 모델화는 5 가지 핵심적인 방정식을 포함한다. 첫 번째는 월별로 아니면 분기별로 계산한 이동평균 및 중앙 이동평균의 값을 만드는 과정이다. 기초적으로 이동평균을 계산해서 나타난 결과에 해당하는 중앙 이동평균을 다시 만들어낸다. 아래에 있는 2 가지 방정식의 변수들을 설명하면 $MA(n)$ 는 단순 이동평균, n 는 이동평균의 기간 단위, X_i 는 기간 i 에 해당하는 실제 값, CMA_t 는 중앙 이동평균이다.

$$MA(n) = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (25)$$

$$CMA_t = \frac{MA(n)_t + MA(n)_{t+1}}{2} \quad (26)$$

두 번째 단계는 계절적인 변동성(S_t)을 계산하는 과정이고 이것의 수학적 방정식인 아래와 같다. 첫 번째 단계에 계산한 중앙 이동평균은 아래에 있는 방정식의 “ $U \cdot T_t \cdot C_t \cdot R_t$ ” 부분이다. 이 부분은 바로 본 모델의 비계절적인 요소이다. 방정식의 변수들을 설명하면 X_t 는 실제 값, U 는

실제 평균 값, T_t 는 추세, C_t 는 주기적인 요소, S_t 는 계절적인 요소, R_t 는 확률 변수이다.

$$S_t = X_t / U \cdot T_t \cdot C_t \cdot R_t \quad (27)$$

세 번째 단계는 이전 단계에서 나타난 계절적인 변동성(S_t) 다시 수정하고 조정된 계절적인 변동성(조정된 \hat{S}_t)을 바탕으로 비계절적인 요소를 다시 계산하고 나타난 결과의 미래 값을 선형 추정량 모양으로 만들어낸 과정이다. 이것을 간단하게 표현하면 다음과 같다. 방정식의 변수들을 설명하면 X_t 는 실제 값, \hat{S}_t 는 조정된 계절적인 요소, a 는 절편, b 는 기울기, e_t 는 잔차, M_t 는 조정된 비계절적인 요소, t 는 기간이다.

$$M_t = X_t / \hat{S}_t = U \cdot \hat{T}_t \cdot \hat{C}_t \cdot \hat{R}_t \quad (28)$$

$$M_t = a + b \cdot t + e_t \quad (29)$$

마지막 단계는 선형 추정량 모양으로 만든 조정된 추세(\hat{T}_t)와 주기적인 변동성(\hat{C}_t)을 포함한 “ $U \cdot \hat{T}_t \cdot \hat{C}_t \cdot \hat{R}_t$ ” 부분의 미래 값을 계산하고 각 기간에 해당하는 조정된 계절적인 변동성으로 곱해주는 과정이다. 이것을 표현하면 다음과 같다. 방정식의 변수들을 설명하면 \hat{S}_{t+T} 는 조정된 계절적인

요소, X_{t+T} 는 예측한 값, M_{t+T} 는 비계절적인 요소이다.

$$X_{t+T} = M_{t+T} * \dot{S}_{t+T} \quad (30)$$

외환시장에서 환율의 미래 값을 위에 언급했던 예측 모델들로 예측한 다음에는 한 가지 주목해야 하는 과정이 있다. 이것은 바로 본 예측 모형의 성과 오차를 평가하는 걸음이다. 이 과정을 통해서 어떤 예측 모델은 비교적 환율의 미래 값을 잘 예측하는지를 확실하게 알아낸다. 어떤 예측 성과의 오차 평가 방법을 사용하는지 및 어떻게 예측 결과를 테스트하는지에 대한 구체적인 내용을 다음 장에 설명한다. 본 모델을 사용해서 환율의 미래 값을 예측하는 과정의 수학적인 방정식과 중요한 내용을 간단하게 표현하면 다음과 같다.

$$MA(4)_t = \frac{ACP_{t-2} + ACP_{t-1} + ACP_t + ACP_{t+1}}{4} \quad (31)$$

$$CMA_t = \frac{MA(4)_t + MA(4)_{t+1}}{2} \quad (32)$$

$$S_t = \frac{ACP_t}{CMA_t} \quad (33)$$

$$M_t = T_t * C_t = \frac{ACP_t}{\dot{S}_t} \quad (34)$$

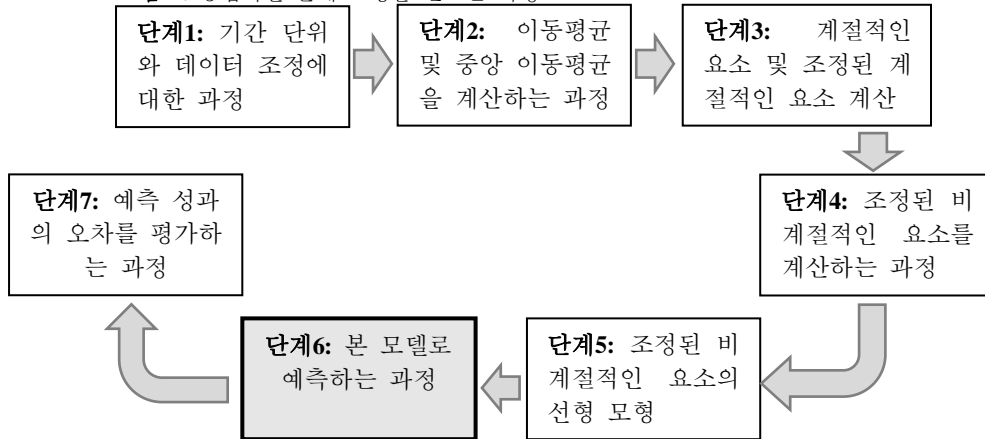
$$M_t = a + b * t + e_t \quad (35)$$

$$FP_{t+T} = M_{t+T} * \dot{S}_{t+T} = T_{t+T} * C_{t+T} * \dot{S}_{t+T} \quad (36)$$

여기서 ACP(Actual Close Price)는 실제 환율 값, MA(Moving Average)는 단
순이동평균, CMA(Central Moving Average)는 중앙 이동평균, S는 계절적인

변동성의 요소, T는 추세, C는 주기적인 요소, M는 비계절적인 요소, t-기간 단위, e는 잔차, FP(Forecasted Price)는 예측한 환율 값이다.

그림 4: 승법적인 분해 모델을 만드는 과정



3. 데이터 마이닝 및 개정

위에 언급했던 3 가지 예측 모델에 USDJPY 환율의 1992 년 4/4 분기부터 2019 년 3/4 분기까지의 분기별로 구성된 108 개 환율 시리즈를 사용하였다. 이러한 데이터는 외환시장에서 거래하는 참가자들이 주로 사용하는 FOREX Metatrader 4 플랫폼에서 나타났다. 전체 환율 시리즈에서 똑같은 기준으로 샘플마다 78 개 환율 값이 들어가도록 3 가지 샘플을 만들어내서 해당하는 예측 성과를 평가하였다. 그리고 환율 시리즈는 매크로 및 마이크로 분야의 수없이 다양한 요소로 인해 항상 변동하니까 예측 모델에 사용할 때 이상하게 보이는 작은 값 및 큰 값인 극값을 그대로 사용하면 예측 성과의 오차가 더 커질 수 밖에 없다. 그래서 극값을 본 데이터에서 삭제하거나 아니면 다시 개정해서 예측 모델에 사용해야 한다. 본 논문에서는 CV(Coefficient of Variation)이라는 지표를 바탕으로 극값을 찾아냈다. 아래 방정식의 σ 는 표준편차, μ 는 평균 값이다.

$$CV = \sigma / \mu \quad (37)$$

본 지표가 30%보다 높게 나타나면 본 시리즈에서 극값이 있다는 의미이다. 또한 사용하는 데이터의 기간 단위를 합리적으로 정하면 예측 성과에 미치는 극값의 악영향을 어떤 수준까지 낮출 수도 있다.

4. 예측 성과 검정

예측 성과의 오차를 통계적으로 평가하는 다양한 방법이 있으며, 이들 중에서 사용하기가 간단하고 널리 확대된 9 가지 테스트를 in-sample 기간 및 out-of-sample 기간에 따라 본 논문에 사용하였다. In-sample 기간에 해당하는 테스트들을 언급하면 다음과 같다. 첫 번째는 MAE(Mean Absolute Error)이고, 두 번째는 MAPE(Mean Absolute Percentage Error), 세 번째는 MSE(Mean Squared Error), 네 번째는 SSE(Sum of Squared Errors)이다. 그 다음으로 zero-mean 테스트를 꼽았으며, 이것은 예측 모델의 잔차를 테스트하고 본 예측 모델이 사용되는 데이터에 적합한지 여부를 정하는 통계적으로 널리 사용되는 테스트이다. In-sample 기간에 해당하는 마지막 테스트인 Durbin-Watson의 D 테스트는 예측 모델의 잔차들끼리 자기 상관이 존재하는지를 발견하는 방법이다. Out-of-sample 기간에는 3 가지 테스트를 사용하였다. 첫 번째는 t-검정(쌍체비교)을 사용했으며, 본 테스트의 가설 평균차를 “0”으로, 유의 수준을 5%로 각각 선택해서 테스트하였다. t-검정의 P-값이 5%보다 높게 나타난 경우에는 비교하는 2 가지 샘플 간에 유의차가 없다는 의미를 표현한다.

두 번째는 RMSE(Root Mean Square Error), 세 번째는 tracking signal이라는 예측 성과의 오차를 평가하는 검정이다. 위에 언급했던 예측 성과의 오차를 평가하는 테스트들을 “Another look at measures of forecast accuracy”이라는 연구 결과를 바탕으로 꼽았다. 본 연구 결과에서는 MAE, MAPE 및 MSE 테스트들은 당연히 예측 성과의 오차를 잘 평가할 수 있다는 결론을 내렸다. 그리고 실생활에서도 사용하기가 간편하고 이해하기가 쉽다

표 1: In-sample 및 out-of-sample 검정

테스트	수학적 공식	변수의 의미	Testing period
MAE (Mean Absolute Error)	$= \text{mean}(A_t - F_t)$	A-실제로 나타난 환율, F-예측한 환율	Estimation period
MAPE (Mean Absolute Percentage Error)	$= \text{mean}((A_t - F_t)/A_t * 100\%)$	A-실제로 나타난 환율, F-예측한 환율	Estimation period
MSE (Mean Squared Error)	$= \text{mean}(A_t - F_t)^2$	A-실제로 나타난 환율, F-예측한 환율	Estimation period
SSE (Sum of Squared Error)	$= \text{sum}(A_t - F_t)^2$	A-실제로 나타난 환율, F-예측한 환율	Estimation period
Zero-Mean test	$= \text{Std. Error} * 1.96 \text{ vs MAE}$	Std.Error-Standard error, MAE-Mean Absolute Error	Estimation period
Durbin-Watson D test	$= \sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2 / \sum_{t=1}^T e_t^2$	e-Residual variables	Estimation period
t-test	$= \frac{m}{(\frac{s}{\sqrt{n}})}$	m-Mean values, s-Standard deviation, n-Sample size	Out-of-sample period
Root Mean Square Error	$= \sqrt{\text{mean}(A_t - F_t)^2}$	A-실제로 나타난 환율, F-예측한 환율	Out-of-sample period
Tracking Signal	$= \frac{\sum_{t=1}^n (\text{FPt} - \text{ACPt})}{(\text{MAE})}$	FP-Forecasted Price, ACP-Actual Close Price, MAE-Mean Absolute Error	Out-of-sample period

는 점도 이러한 평가 테스트들의 장점이다. MAE, MAPE, MSE, SSE, RMSE, tracking signal 지표들은 예측 성과의 오차를 테스트할 때 실제의 값과 예측한 값을 비교해서 나타난 차이를 기반으로 평가하니까 본 지표들이 작

으면 작을수록 해당하는 모델의 예측 성과는 오차가 작게 나타났다는 의미를 표현한다. 그리고 각 모델로 미래 값을 예측할 때 rolling-walk-forward이라는 방법을 기반으로 환율의 전체 샘플 기간을 통해서 한 번만 예측해서 검증하지 말고 똑같은 기준으로 3 가지 샘플을 만들어내서 해당하는 예측 성과를 테스트하였다.

5. 모델링 결과

5.1 Moving average time series regression model/ USDJPY

제일 먼저 만든 시계열의 예측 방법인 moving average time series regression 모델에 USDJPY 환율의 1992 년 4/4 분기부터 2019 년 3/4 분기까지 분기별로 구성된 108 개 환율 시리즈를 사용하였다. 예측할 때 rolling-walk-forward 이라는 방법을 바탕으로 환율의 전체 샘플 기간을 통해서 한 번만 예측하지 말고 각 샘플은 78 개 환율 시리즈를 포함한 3 가지 샘플을 만들어내서 예측하였다. 이러한 모델을 만드는 과정의 첫 번째 단계인 단순이동평균 및 중앙 이동평균을 계산한 과정에서 결과적으로 moving average time series regression 모델의 종속 변수로 사용되는 중앙 이동 평균 값이 74 개 정도로 나타났다. 각 샘플에서 나타난 중앙 이동평균을 사용해서 해당하는 회귀 모델을 만든 결과가 표 2, 3 에

표 2: 요약 결과 (MOVING AVERAGE TIME SERIES REGRESSION)

$$CMA_t = a + b \cdot T + e_t$$

중앙 이동평균(Central Moving Average)인 $CMA_t = (MA(4)_t + MA(4)_{t+1})/2$ 는 본 모델의 종속 변수로, T(Time)는 독립 변수로 각각 사용되었다. $MA(4)$ 는 이동평균이고 수학적 공식화는 $MA(4)_t = (ACP_{t-2} + ACP_{t-1} + ACP_t + ACP_{t+1})/4$, ACP (Actual Close Price)는 실제 환율 시리즈다. 본 예측 모델은 외환시장에서 거래자들이 주로 사용하는 FOREX MetaTrader4 플랫폼을 통해 나타난 1992년 4/4분기부터 2017년 1/4분기까지의 USDJPY 환율에 해당하는 분기별로 구성된 데이터를 바탕으로 3 가지 샘플을 만들어내서 각 샘플의 미래 값을 예측하였다.

Estimation periods	회귀 계수		t 통계량		P-값 (%)	
	a	b	a	b	a	b
<i>Rolling-Walk-Forward regressions</i>						
1992.Q4-2012.Q1	117.29	(0.22)	42.59	(3.38)	0.00%	0.12%
1995.Q2-2014.Q3	125.84	(0.49)	54.20	(9.07)	0.00%	0.00%
1997.Q4-2017.Q1	119.90	(0.34)	42.47	(5.14)	0.00%	0.00%

표현되었다. 각 회귀 모델의 유의한 F가 5% (유의 수준 = 95%)보다 낮게 나타났으며, 이는 3 가지 회귀 모델이 다 유의미하게 만들었다고 볼 수 있다. 방정식의 a 계수(절편)과 b 계수(기울기)의 “P-값”도 5% (유의 수준 = 95%)보다 낮게 나타났으니 본 예측 모델의 주요 계수들이 통계적은 요구에 맞는다고 볼 수 있다. 본 모델 예측 결과의 in-sample 기간에 해당하는 MAE, MAPE, MSE 및 SSE 지표들이 평균적으로 10.17, 0.10, 148.28, 11,269.02 로 각각 나타난 것을 표 2 에서 볼 수 있다. 그리고 zero-mean 테스트의 결과에 있어서 3 가지 샘플이 다 절대 평균 오차는 표준화된 오류보다 미만으로써 본 모델 자체가 사용된 데이터 시리즈에 적합하다는 결론을 내릴 수 있다. Durbin-Watson 의 D 테스트의 결과 값이 2 에 가까울수록 예측 모델의 잔차들끼리 자기 상관성이 없다는 의미를 표현하는데 3 가지 샘플이 다 2 값과 비교하면 상대적으로 작게(평균적으로 0.20) 나타났다. 부록의 그림 1 를 보면 잔차가 무작위로 흩어지지 않는 모양을 분명하게 볼 수 있는 것은 Durbin-Watson 의 결과를 증명한다. 표 4 에서 예측 모델 성과의 가장 중요한 테스트인 out-of-sample 검정의 결과를 볼 수 있다. t-검정에 있어서 3 가지 예측 성과 중에서 첫 번째 샘플만의 P-값이(p-값이 5%보다 높으면 예측한 환율과 비교하는 실제 환율 간에 유의차가 없다는 의미) 14.73%로 나타난 것은

표 3: IN-SAMPLE 검정 결과

아래에 있는 테스트들을 짧게 설명하면, MAE(Mean Absolute Error), MAPE(Mean Absolute Percentage Error), MSE(Mean Squared Error), SSE(Sum of Squared Errors)이다. 그 다음으로 Zero-Mean 테스트는 예측 모델의 잔존가치(residual variable)를 테스트하고 본 예측 모델이 사용되는 데이터에 적합한지 여부를 표현하는 테스트이다. Durbin-Watson의 D 테스트는 예측 모델의 잔존가치(residual variables)들끼리 자기 상관(autocorrelation)이 존재하는지를 발견해내는 테스트이다.

<i>Estimation periods</i>	<i>MAE</i>	<i>MAPE</i>	<i>MSE</i>	<i>SSE</i>	<i>Zero-Mean</i>	<i>Durbin-Watson</i>
<i>Rolling-Walk-Forward regressions</i>						
1992.Q4-2012.Q1	10.76	10.41%	164.60	12,509.61	Zero-Mean	0.18
1995.Q2-2014.Q3	9.15	8.80%	114.26	8,683.79	Zero-Mean	0.24
1997.Q4-2017.Q1	10.60	10.41%	165.97	12,613.66	Zero-Mean	0.17
<i>Average</i>	<i>10.17</i>	<i>9.9%</i>	<i>148.28</i>	<i>11,269.02</i>	<i>Zero-Mean</i>	<i>0.20</i>

해당하는 예측 성과의 평균 값과 실제 환율의 평균 값 간에 유의차가 없다는 의미다.

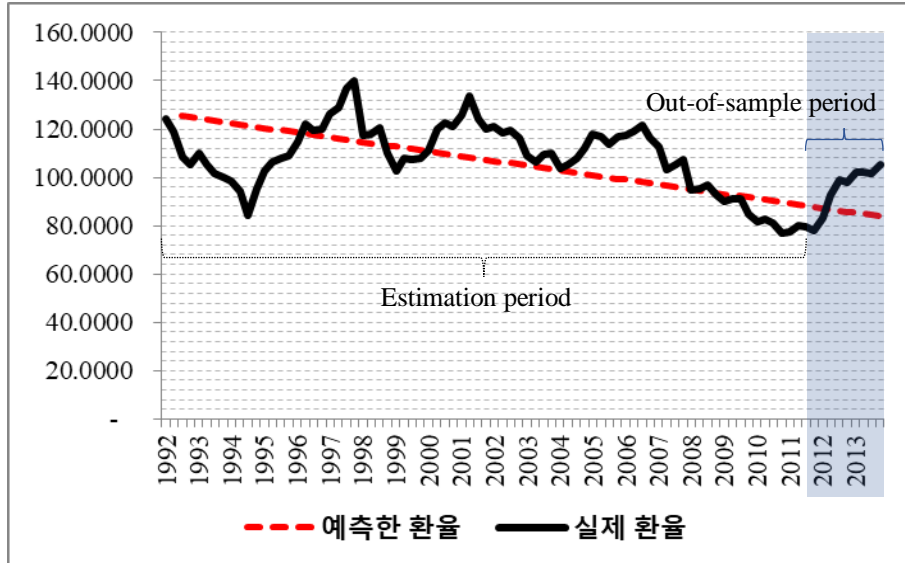
표 4: OUT-OF-SAMPLE 예측력 검정 결과

아래에 있는 테스트들을 짧게 설명하면, 첫 번째는 Student's t-test(Paired Two Sample for Meant)이고 본 테스트는 2 가지 샘플의 평균값을 서로 비교하면서 유의차가 있는지를 발견하는 것이다. t-test의 P-값이 α -값보다 높은 경우에는 비교하는 2 샘플 간에 별 차이가 없다는 의미를 표현한다. (α -값을 5%로 꼽았다). RMSE(Root Mean Square Error), Tracking Signal이라는 2 가지 테스트는 예측 성과의 오차를 평가하는 것이고 작을수록 본 예측 모델의 예측력이 높다는 의미를 표현한다.

Out-of-sample periods	t-test: P-값	RMSE	Tracking Signal
2012.Q2-2014.Q3	14.73%	11.71	6.39
2014.Q4-2017.Q1	0.00%	29.44	10.00
2017.Q2-2019.Q3	0.00%	17.97	10.00
<i>Average</i>		<i>19.71</i>	<i>8.80</i>

다음 예측 성과의 테스트인 RMSE(Root Mean Square Error)의 결과는 평균적으로 19.71 로(이 지표가 작을수록 예측 성과의 오차가 작다는 의미) 나타났다. 마지막 테스트인 tracking signal 값이 평균적으로 8.80 정도 나타났다. 본 값이 작을수록 예측 성과의 오차가 작아진다는 의미를 표현한다. 똑같은 기준으로 만들어낸 3 가지 환율 시리즈의 첫 번째 샘플에 moving average time series regression 모델을 사용해서 예측한 성과를 그림으로 표현하면 그림 5 과 같다.

그림 5: Moving average time series regression 예측 성과: 본 그림은 USDJPY 환율의 1992 년 4/4 분기부터 2012 년 1/4 분기까지의 분기별로 구성된 데이터를 사용해서 moving average time series regression 모델을 만들고 2012 년 2/4 분기부터 2014 년 3/4 분기까지의 미래 값을 예측한 결과이다.



5.2 Holt-Winters multiplicative seasonal model/ USDJPY

연구하는 두 번째 모델인 Holt-Winters 승법적인 계절 모형에 USDJPY 환율의 1992 년 4/4 분기부터 2019 년 3/4 분기까지 분기별로 구성된 108 개 환율 시리즈를 사용하였다. 모델의 예측 성과는 표 5, 6에 표시되었다.

표 5: IN-SAMPLE 검증 결과

$$FP_{t+T} = (MA_{t-1} + T * G_{t-1}) * S_{t+T-4} + e_t$$

아래에 있는 테스트들을 짧게 설명하면, MAE(Mean Absolute Error), MAPE(Mean Absolute Percentage Error), MSE(Mean Squared Error), SSE(Sum of Squared Errors)이다. 그 다음으로 Zero-Mean 테스트는 예측 모델의 잔존가치(residual variable)를 테스트하고 본 예측 모델이 사용되는 데이터에 적합한지 여부를 표현하는 테스트이다. Durbin-Watson의 D 테스트는 예측 모델의 잔존가치(residual variables)들끼리 자기 상관(autocorrelation)이 존재하는지를 발견해내는 테스트이다.

Estimation periods	MAE	MAPE	MSE	SSE	Zero-Mean	Durbin-Watson
<i>Rolling-Walk-Forward regressions</i>						
1992.Q4-2012.Q1	22.89	22.61%	1,062.11	10,621.11	Zero-Mean	0.28
1995.Q2-2014.Q3	11.80	10.45%	157.83	1,578.35	Zero-Mean	0.23
1997.Q4-2017.Q1	7.79	7.33%	73.86	295.45	Zero-Mean	0.24
Average	14.16	13.46%	431.27	4,164.97	Zero-Mean	0.25

본 모델의 스무딩 계수를 옵티마이제이션 할 때 in-sample 테스트에 해당하는 지표인 MAPE를 최소화하기 위해서 엑셀 프로그램의 해 찾기 기능을 사용한 시뮬레이션 과정을 사용하였다. 이러한 계수들의 값은 통계적으로 0~1 사이에 있어야 한다. 그리고 예측할 때 rolling-walk-forward이라는 방법을 바탕으로 환율의 전체 샘플 기간을 통해서 한 번만 예측하지 말고 각 샘플이 78 개 환율 시리즈를 포함하도록 3 가지 샘플을 만들어내서 예측하였다.

Holt-Winters 모델의 예측 성과 오차를 3 가지 샘플을 통해서 평균적으로 계산하면 in-sample 기간에 해당하는 MAE, MAPE가 각각 14.16, 13.46%으로 나타났다. 또한 MSE 및 SSE 지표들이 431.27, 4'164.97이다. Zero-mean 테스트의 결과에 있어서 각 샘플의 절대 평균 오차는 표준화된 오류보다 미만으로써 본 모델 자체가 사용된 데이터 시리즈에 적합하다는 결론을 내릴 수 있다. Durbin-Watson의 D 테스트의 결과 값이 2에 가까울수록 예측 모델의 잔차들끼리 자기 상관성이 없다는 의미를 표현하는데 본 모델의 평균적인 테스트의 결과가 2 값과 비교하면 상대적으로 작은 값인 0.25으로 나타났다. 그래서 본 모델의 예측 결과로 인해 나타난 잔차들끼리 자기 상관성이 존재한다는 결론을 내릴 수 있다. 부록의 그림 2를 봐도 잔차가 무작위로 흩어지지 않는 모양을 간단하게 볼 수 있다. 똑같은 기준으로 만들어낸 3 가지 샘플 중에서 세 번째 샘플에 Holt-Winters 승법적인 계절 모형을 사용해서 예측한 성과를 그림으로 표현하면 그림6과 같다.

그림 6: Holt-Winters 승법적인 계절 모형의 예측 성과: 본 그림은 USDJPY 환율의 1997 년 4/4 분기부터 2017 년 1/4 분기까지의 분기별로 구성된 데이터를 사용해서 Holt-Winters 승법적인 예측 모형을 만들고 2017 년 2/4 분기부터 2019 년 3/4 분기까지의 미래 값을 예측한 결과이다.

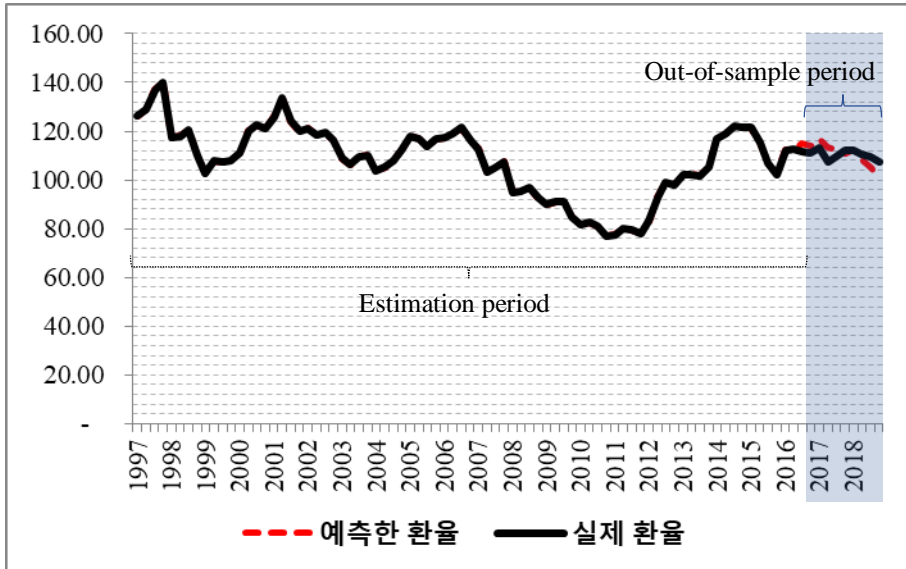


표 6에서 예측 모델 성과의 가장 중요한 테스트인 out-of-sample 검정의 결과를 볼 수 있다. t-검정의 결과에 있어서 3 가지 예측 성과 중에서 2, 3 번째 샘플의 P-값이 5%보다 높게 나타났으며, 이러한 2 샘플에 해당하는 예측 성과의 평균 값과 실제 환율의 평균 값 간에 유의차가 없다는 의미를 표현한다. 다음 예측 성과의 테스트인 RMSE(Root Mean Square Error)의 결과는 평균적으로 17.12로(이 지표가 작을수록 예측 성과의 오차가 작다는 의미) 나타났다. 세 번째 테스트인 tracking signal 값이 평균적으로 4.64 정도 나타났다. 본 값이 작을수록 예측 성과의 오차가 작아진다는 의미를 표현한다.

표 6: OUT-OF-SAMPLE 예측력 검증 결과

아래에 있는 테스트들을 짧게 설명하면, 첫 번째는 Student's t-test(Paired Two Sample for Meant)이고 본 테스트는 2 가지 샘플의 평균값을 서로 비교하면서 유의차가 있는지를 발견하는 것이다. t-test의 P-값이 α -값보다 높은 경우에는 비교하는 2 샘플 간에 별 차이가 없다는 의미를 표현한다. (α -값을 5%로 뽑았다). RMSE(Root Mean Square Error), Tracking Signal이라는 2 가지 테스트는 예측 성과의 오차를 평가하는 것이고 작을수록 본 예측 모델의 예측력이 높다는 의미를 표현한다.

Out-of-sample periods	t-test: P-값	RMSE	Tracking Signal
2012.Q2-2014.Q3	1.78%	32.59	9.89
2014.Q4-2017.Q1	63.23%	12.56	1.73
2017.Q2-2019.Q3	71.87%	6.22	2.31
Average		17.12	4.64

5.3 Multiplicative Decomposition model/ USDJPY

마지막으로 연구한 시계열의 예측 방법인 승법적인 분해 모형에 USDJPY 환율의 1992년 4/4분기부터 2019년 3/4 분기까지 분기별로 구성된 108 개 환율 시리즈를 사용하였다. 예측할 때 나머지 2 모델과 같은 식으로 rolling-walk-forward이라는 방법을 바탕으로 환율의 전체 샘플 기간을 통해서 한 번만 예측하지 말고 각 샘플이 78 개 환율 시리즈를 포함하도록 3 가지 샘플을 만들어내서 예측하였다. 승법적인 분해 모형을 사용해서 계산한 예측 성과의 오차 평가는 표 7, 8에 표현되었다. 환율 예측 성과의 in-sample 기간에 해당하는 MAE, MAPE 지표들의 평균적인

표 7: IN-SAMPLE 검증 결과

$$FP_{t+T} = M_{t+T} * \hat{S}_{t+T} = T_{t+T} * C_{t+T} * \hat{S}_{t+T}$$

아래에 있는 테스트들을 짧게 설명하면, MAE(Mean Absolute Error), MAPE(Mean Absolute Percentage Error), MSE(Mean Squared Error), SSE(Sum of Squared Errors)이다. 그 다음으로 Zero-Mean 테스트는 예측 모델의 잔존가치(residual variable)를 테스트하고 본 예측 모델이 사용되는 데이터에 적합한지 여부를 표현하는 테스트이다. Durbin-Watson의 D 테스트는 예측 모델의 잔존가치(residual variables)들끼리 자기 상관(autocorrelation)이 존재하는지를 발견해내는 테스트이다.

Estimation periods	MAE	MAPE	MSE	SSE	Zero-Mean	Durbin-Watson
<i>Rolling-Walk-Forward regressions</i>						
1992.Q4-2012.Q1	10.61	10.15%	159.46	12,437.94	Zero-Mean	0.18
1995.Q2-2014.Q3	9.71	9.51%	140.95	10,993.90	Zero-Mean	0.20
1997.Q4-2017.Q1	10.48	10.32%	162.26	12,656.23	Zero-Mean	0.17
Average	10.27	9.99%	154.22	12,029.36	Zero-Mean	0.18

값은 각각 10.27, 9.99%으로 각각 나타났다. 이어서 MSE, SSE가 154.22, 12'029.36이다. Zero-mean 검정의 결과에 있어서 3 가지 샘플이 다 절대 평균 오차가 표준화된 오류보다 미만으로써 사용한 시계열 데이터가 예측 모델에 맞는다는 결론을 내릴 수 있다. Durbin-Watson D 테스트의 결과 값이 2보다 상대적으로 작게(평균적으로 0.18 정도) 나타났다. 부록의 그림 3를 보면 잔차가 무작위로 흩어지지 않는 모양을 분명하게 볼 수 있는 것은 Durbin-Watson의 테스트 결과를 증명해줬다.

표 8: OUT-OF-SAMPLE 예측력 검정 결과

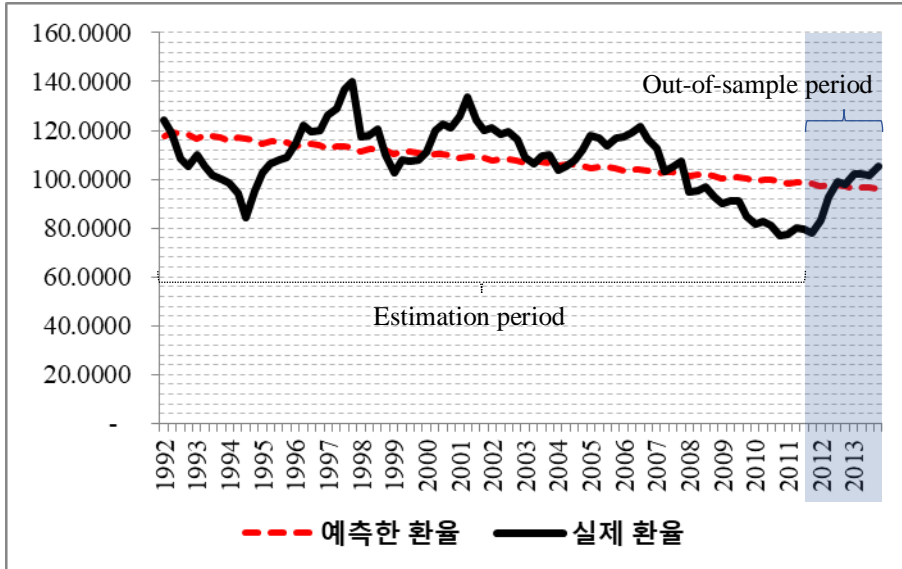
아래에 있는 테스트들을 짧게 설명하면, 첫 번째는 Student's t-test(Paired Two Sample for Meant)이고 본 테스트는 2 가지 샘플의 평균값을 서로 비교하면서 유의차가 있는지를 발견하는 것이다. t-test의 P-값이 α -값보다 높은 경우에는 비교하는 2 샘플 간에 별 차이가 없다는 의미를 표현한다. (α -값을 5%로 잡았다). RMSE(Root Mean Square Error), Tracking Signal이라는 2 가지 테스트는 예측 성과의 오차를 평가하는 것이고 작을수록 본 예측 모델의 예측력이 높다는 의미를 표현한다.

Out-of-sample periods	t-test: P-값	RMSE	Tracking Signal
2012.Q2-2014.Q3	41.96%	10.85	3.38
2014.Q4-2017.Q1	0.00%	26.09	10.00
2017.Q2-2019.Q3	0.00%	16.82	10.00
<i>Average</i>		<i>17.92</i>	<i>7.79</i>

표 8에서 예측 모델 성과의 가장 중요한 테스트인 out-of-sample 검정의 결과를 볼 수 있다. t-검정의 결과에 있어서 3 가지 예측 성과 중에서 첫 번째 샘플만의 P-값이 5%보다 높게 나타났으며, 이러한 샘플에 해당하는 예측 성과의 평균 값과 실제 환율 평균 값 간에 유의차가 없다는 의미를 표현한다. 다음 테스트인 RMSE(Root Mean Square Error)의 결과는 평균적으로 17.92로(이 지표가 작을수록 예측 성과의 오차가 작다는 의미) 나타났다. 마지막 테스트인 tracking signal 값이 평균적으로 7.79 정도 나타났다. 본 값이 작을수록 예측 성과의 오차가 작아진다는 의미를 표현한다. 똑같은 기준으로 만들어낸 3 가지 환율 시리즈의 첫 번째 샘플에 승법적인 분해 모형을 사용해서 예측한 성과를 그림으로 표현하면 그림7과

같다.

그림 7: 승법적인 분해 모형의 예측 성과: 본 그림은 USDJPY 환율의 1992 년 4/4 분기부터 2012 년 1/4 분기까지의 분기별로 구성된 데이터를 사용해서 승법적인 분해 모형을 만들고 2012 년 2/4 분기부터 2014 년 3/4 분기까지의 미래 값을 예측한 결과이다.



6. 예측 성과 오차 요약

USDJPY 환율의 1992 년 2/4 분기부터 2019 년 3/4 분기까지의 환율 시리지를 사용한 예측 성과의 오차 평가는 각 모델에 따라 다음과 같은 식으로 나타났다. 전체적으로 9 개 환율 샘플을 바탕으로 각 모델의 out-of-sample 테스트 결과를 평균적으로 계산하면, 첫 번째 예측 모델인 moving average time series regression 모델에 있어서 t-검정의 P-값이 5%보다 높게 나타난 적이 3 개 샘플 중에서 1 개만 있고 RMSE 지표가 평균적으로 19.71, tracking signal가 8.80로 각각 나타났다. 두 번째 모델인 Holt-Winters 승법적인 계절 모형에 관련된 t-검정의 결과는 3 개 샘플 중에서 2 샘플이 예측한 환율 시리즈와 실제로 나온 환율 시리즈 간에 유의차가 없다는 의미로 나타났으며, RMSE가 17.12, tracking signal가 4.64로

나타났다. 마지막 모델인 승법적인 분해 모형의 예측 성광의 오차 평가에는 t-검정의 P-값이 5%보다 높게 나타난 적이 3 개 샘플 중 1 개만 있고, RMSE가 17.92, tracking signal가 7.79로 각각 나타났다.

In-sample 테스트의 결과를 평균적으로 표현하면, moving average time series regression 모델에 있어서 MAE가 10.17, MAPE가 9.90%, MSE가 148.28 및 SSE가 11269.02로 각각 나타났다. Holt-Winters 승법적인 계절 모형의 평가에서는 MAE가 14.16, MAPE가 13.46%, MSE가 431.27, SSE가 4164.97로 나타났다. 마지막 모델인 승법적인 분해 모형의 MAE가 19.27, MAPE가 9.99%, MSE가 154.22 및 SSE가 12029.36로 각각 나타났다.

7. 결론

USDJPY 환율의 시계열 데이터에 의거하여 만든 3 가지 예측 모델의 out-of-sample 기간에 해당하는 최종 결과를 바탕으로 이러한 예측 모델들 중에서 Holt-Winters 승법적인 계절 모형은 상대적으로 예측력 높다는 결론을 내릴 수 있다. 그래서 외환시장에서 거래하는 개인 투자자들이 환율의 미래 값을 예측할 때 Holt-Winters 승법적인 계절 모형을 추가적으로 사용하면 거래 결정에는 도움이 될 가능성이 있다. 그리고 본 예측 모델을 만들 때 주의해야 할 것이 몇 가지 있다.

- I. 환율 시리즈를 예측 모델에 사용할 때 매크로 쇼크 아니면 투자전문기관의 행동으로 인해 발생한 극값이 등 다양한 분야에서 영향을 받은 환율을 최소한 들어가도록 데이터를 잘 정리해야 한다.
- II. Holt-Winters 승법적인 계절 모형을 사용할 때 환율 시리즈에서 추세, 계절적인 변동성이 다 존재하는지를 분명하게 발견해야 상대적으로 나은 예측 성과를 볼 수 있다.

III. 환율의 미래 값을 예측할 때 사용하는 데이터의 기간 단위를 너무 세심하게 구분하지 말아야 한다. 예를 들면 하루, 일주일로 구성된 데이터를 사용하기보다는 월별이나 분기별로 구성된 자료를 사용하는 것이 예측 성과의 오차를 상대적으로 감소시키는 것에 도움이 된다.

외환시장에서 거래하는 개인 투자자들이 환율의 미래 값을 예측할 때 기본적인 분석, 시장 분위기에 대한 분석을 당연히 해야 되니까 추가적으로 Holt-Winters 승법적인 계절 모형을 사용해서 환율 시리즈의 장기대세를 발견하면 된다. 환율 변경에 영향을 미칠 수 있는 기본적인 요소 및 시장분위기로부터 다양한 요소가 존재하니까 기술적인 예측 모델을 만들 때 최소한 3 가지 시나리오(최상의, 최악의, 정상적인 상태)로 가정해서 예측하면 그에 따라 거래 위험도 작아진다.

그리고 본 예측 모델을 앞으로 개선시키고 예측 성과의 오차를 가능하게 낮은 수준까지 감소시키는 방법을 찾아야 한다. 예를 들면 본 모델을 사용해서 나타난 예측 성과에 주기적인 변동성을 들어가도록 변화시킬 가능성이 있는지에 대해 앞으로 연구해야 한다. 본 연구 논문에서는 USDJPY 환율 시리즈의 분기별로 구성된 데이터를 사용해서 예측하였다. 그래서 월별로 구성된 데이터를 사용해서 상기 3 가지 모델의 예측 성과를 다시 평가하는 연구도 할 필요가 있다. 어떤 환율 시리즈의 미래 값을 예측하느냐에 따라 각 모델의 예측 성과도 달라지니까 외환시장에서 개인적으로 거래하는 참가자들이 무조건 한 가지 예측 모델을 기본으로 사용하면 안 된다.

참고 논문

1. Prajakta S. Kalekar 2004 “Time series Forecasting using Holt-Winters Exponential Smoothing”
2. Yar, M.; Chatfield, C. Prediction intervals for the Holt-Winters forecasting procedure, International Journal of Forecasting Volume 6, Issue 1, 1990
3. Smyl S. “A hybrid method of exponential smoothing and recurrent neural networks for time series forecasting”, International Journal of Forecasting (2019)
4. Smith J., Wallis K.F.A simple explanation of the forecast combination puzzle, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 71 (3) (2009)
5. Marcus B. Perry 2010 “The Exponentially Weighted Moving Average”
6. David Shaub, “Fast and accurate yearly time series forecasting with forecast combinations” International Journal of Forecasting (2019)
7. Bell, W.R. Comparing and assessing time series methods for forecasting age-specific fertility rates, Journal of Official Statistic, Vol. 13
8. Holt, C. C. Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages.
9. Bianchi, M.; Boyle, M.; Hollingsworth, D. “A comparison of methods for

trend estimation”, Bank of England, Monetary Analysis Division, Oxford

University, Department of Mathematics (1997)

10. Citibank Wealth Management “Weekly FX insight” Sep/30/2019
11. Morgan Stanley & CO. international PLC/ Research “Revising FX Forecasts” (2017)
12. Credit Suisse “Sharpening Your Forecasting Skills/ Foresight is a measurable skill that you can cultivate/
13. Arunraj, N. S.; Ahrens, D. “A Hybrid seasonal autoregressive integrated moving average and quantile regression”, International Journal of Production Economics, Elsevier
14. Makridakis, S; Andersen, A.; Carbone, R.; Fildes, R.; Hibon, M.; Lewandowski, R.; Newton, J.; Parzen, E.; Winkler, R. The accuracy of extrapolation (time series) methods: results of a forecasting competition.
15. Goldman Sachs “Annual report 2017”
16. Goldman Sachs “Annual report 2018”
17. Makridakis, S. G.; Wheelwright, S. C.; Hyndman, R. J. Forecasting: methods and applications.

18. Lynwood A. Johnson Douglas C. Montgomery and John S. Gardiner.
Forecasting and Time Series Analysis. McGraw-Hill, Inc, 2nd edition
edition, 1990.
19. Hyndman, R. J.; Koehler, A. B. “Another look at measures of forecast
accuracy”, Hyndman, R. J. - Monash University; Koehler, A. B. – Oxford
University
20. Forex market definition/ Origins of Forex market

<https://www.investopedia.com/terms/f/forex-market.asp>
21. Introduction to time series analysis.

<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc4.htm>.
22. The Rolling-Walk-Forward train/test

https://alphascientist.com/walk_forward_model_building.html
23. R. K. Agrawal “An introductory study on time series modeling and
forecasting”
24. Harvey, A.C. (1989) Forecasting, Structural Time Series Models and the
Kalman Filter, Cambridge University Press, Cambridge.
25. Michele Ca’ Zorzi (European Central Bank”, Michal Rubaszek (SGH

Warsaw School of Economics) “Exchange rate forecasting with excel”

26. Makridakis, S.; Andersen, A.; Carbone, R.; Fildes, R.; Hibon, M.;
Lewandowski, R.; Newton, J.; Parzen, E.; Winkler, R. The accuracy of
extrapolation (time series) methods: results of a forecasting competition. //
Journal of Forecasting
27. NCSS Statistical Software, NCSS.com, “Decomposition Forecasting”
28. Prof. Alan Wan, “Decomposition Methods”
29. Winters, P. R. Forecasting sales by exponentially weighted moving
averages. /Management Science. 6, (1960)/
30. Cheryl L. Jennings (Bank of America), Douglas C. Montgomery (Arizona
State University), Murat Kulahci (Technical University of Denmark)
“Introduction to Time Series Analysis and Forecasting”
31. Rob J. Hyndman and George Athanasopoulos (Monash University,
Australia “Forecasting: Principles and Practice”

부록

그림 1: Moving average time series regression/ Forecast 1: 1992.Q4-2014.Q3

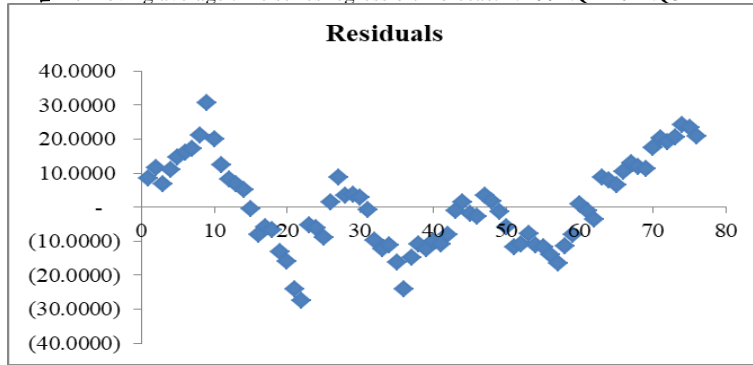


그림 2: Holt-Winters 승법적인 계절 모형/ Forecast 3: 1997.Q4-2019.Q3

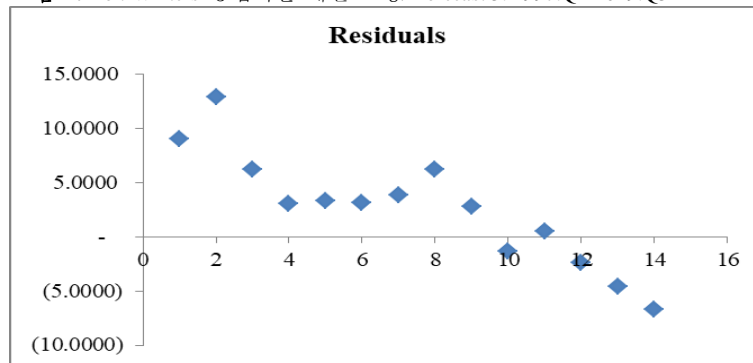
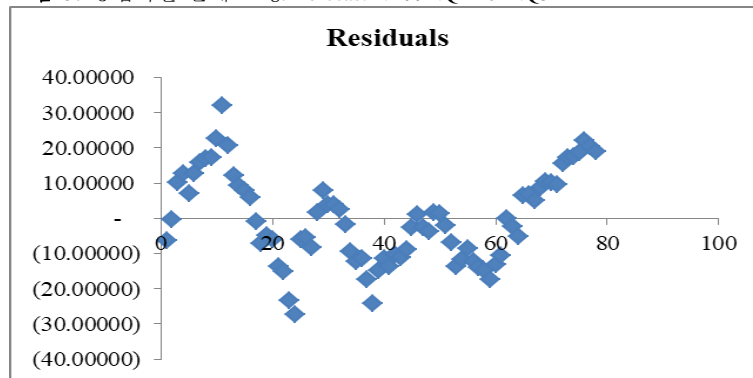


그림 3: 승법적인 분해 모형/ Forecast 1: 1992.Q4-2014.Q3



부록

표 1: Moving Average Time Series Regression Model (Forecast 1)

XI	Year	Quarter	Actual	Forecasted price	APE	XI	Year	Quarter	Actual	Forecasted price	APE
	1992	4	124.2700			43	2003	4	108.9400	108.0039	0.9%
	1993	1	119.2000			44	2004	1	106.3400	107.7879	1.4%
1	1993	2	108.4667	117.0761	7.9%	45	2004	2	109.5867	107.5719	1.8%
2	1993	3	105.2733	116.8601	11.0%	46	2004	3	110.1833	107.3559	2.6%
3	1993	4	109.8500	116.6441	6.2%	47	2004	4	103.7767	107.1399	3.2%
4	1994	1	105.2833	116.4281	10.6%	48	2005	1	105.1033	106.9239	1.7%
5	1994	2	101.6300	116.2121	14.3%	49	2005	2	108.0133	106.7079	1.2%
6	1994	3	99.9067	115.9960	16.1%	50	2005	3	112.2100	106.4919	5.1%
7	1994	4	98.5533	115.7800	17.5%	51	2005	4	118.0467	106.2759	10.0%
8	1995	1	94.2967	115.5640	22.6%	52	2006	1	116.9000	106.0599	9.3%
9	1995	2	84.5067	115.3480	36.5%	53	2006	2	113.6000	105.8439	6.8%
10	1995	3	95.2400	115.1320	20.9%	54	2006	3	116.7267	105.6279	9.5%
11	1995	4	102.5067	114.9160	12.1%	55	2006	4	117.2233	105.4119	10.1%
12	1996	1	106.4867	114.7000	7.7%	56	2007	1	119.0567	105.1959	11.6%
13	1996	2	107.6800	114.4840	6.3%	57	2007	2	121.4267	104.9799	13.5%
14	1996	3	109.0467	114.2680	4.8%	58	2007	3	116.3100	104.7639	9.9%
15	1996	4	114.6400	114.0520	0.5%	59	2007	4	112.7400	104.5479	7.3%
16	1997	1	121.9167	113.8360	6.6%	60	2008	1	103.3333	104.3319	1.0%
17	1997	2	119.3367	113.6200	4.8%	61	2008	2	105.1867	104.1159	1.0%
18	1997	3	119.9700	113.4040	5.5%	62	2008	3	107.5833	103.8999	3.4%
19	1997	4	126.3067	113.1880	10.4%	63	2008	4	94.8467	103.6839	9.3%
20	1998	1	128.7900	112.9720	12.3%	64	2009	1	95.5067	103.4679	8.3%
21	1998	2	136.8667	112.7560	17.6%	65	2009	2	96.7333	103.2519	6.7%
22	1998	3	140.0533	112.5400	19.6%	66	2009	3	92.4800	103.0359	11.4%
23	1998	4	117.4867	112.3240	4.4%	67	2009	4	89.8233	102.8199	14.5%
24	1999	1	118.1267	112.1080	5.1%	68	2010	1	90.8667	102.6039	12.9%
25	1999	2	120.6933	111.8920	7.3%	69	2010	2	91.1667	102.3879	12.3%
26	1999	3	110.1633	111.6760	1.4%	70	2010	3	84.6933	102.1719	20.6%
27	1999	4	102.7733	111.4600	8.5%	71	2010	4	81.7467	101.9559	24.7%
28	2000	1	107.6900	111.2440	3.3%	72	2011	1	82.4567	101.7399	23.4%
29	2000	2	107.3000	111.0280	3.5%	73	2011	2	81.0800	101.5239	25.2%
30	2000	3	108.0633	110.8120	2.5%	74	2011	3	77.0300	101.3079	31.5%
31	2000	4	111.2733	110.5960	0.6%	75	2011	4	77.5200	101.0919	30.3%
32	2001	1	120.0933	110.3800	8.1%	76	2012	1	80.1040	100.8758	25.9%
33	2001	2	122.5000	110.1640	10.1%	77	2012	2	79.4220	100.6598	26.7%
34	2001	3	121.1133	109.9480	9.2%	78	2012	3	78.1433	100.4438	28.5%
35	2001	4	125.8767	109.7320	12.8%	79	2012	4	82.9900	100.2278	20.8%
36	2002	1	133.6033	109.5160	18.0%	80	2013	1	92.8433	100.0118	7.7%
37	2002	2	124.0767	109.3000	11.9%	81	2013	2	99.0543	99.7958	0.7%
38	2002	3	119.9467	109.0840	9.1%	82	2013	3	98.1023	99.5798	1.5%
39	2002	4	121.2567	108.8680	10.2%	83	2013	4	101.9910	99.3638	2.6%
40	2003	1	118.6933	108.6520	8.5%	84	2014	1	102.3433	99.1478	3.1%
41	2003	2	119.3300	108.4359	9.1%	85	2014	2	101.7603	98.9318	2.8%
42	2003	3	116.3333	108.2199	7.0%	86	2014	3	105.5203	98.7158	6.4%

표 2: Moving Average Time Series Regression Model (Forecast 2)

XI	Year	Quarter	Actual	Forecasted price	APE	XI	Year	Quarter	Actual	Forecasted price	APE
	1995	2	84.5067			43	2006	2	113.6000	104.8575	7.7%
	1995	3	95.2400			44	2006	3	116.7267	104.3696	10.6%
1	1995	4	102.5067	125.3507	22.3%	45	2006	4	117.2233	103.8817	11.4%
2	1996	1	106.4867	124.8628	17.3%	46	2007	1	119.0567	103.3937	13.2%
3	1996	2	107.6800	124.3748	15.5%	47	2007	2	121.4267	102.9058	15.3%
4	1996	3	109.0467	123.8869	13.6%	48	2007	3	116.3100	102.4179	11.9%
5	1996	4	114.6400	123.3990	7.6%	49	2007	4	112.7400	101.9299	9.6%
6	1997	1	121.9167	122.9110	0.8%	50	2008	1	103.3333	101.4420	1.8%
7	1997	2	119.3367	122.4231	2.6%	51	2008	2	105.1867	100.9541	4.0%
8	1997	3	119.9700	121.9352	1.6%	52	2008	3	107.5833	100.4661	6.6%
9	1997	4	126.3067	121.4472	3.8%	53	2008	4	94.8467	99.9782	5.4%
10	1998	1	128.7900	120.9593	6.1%	54	2009	1	95.5067	99.4903	4.2%
11	1998	2	136.8667	120.4714	12.0%	55	2009	2	96.7333	99.0023	2.3%
12	1998	3	140.0533	119.9834	14.3%	56	2009	3	92.4800	98.5144	6.5%
13	1998	4	117.4867	119.4955	1.7%	57	2009	4	89.8233	98.0265	9.1%
14	1999	1	118.1267	119.0076	0.7%	58	2010	1	90.8667	97.5385	7.3%
15	1999	2	120.6933	118.5196	1.8%	59	2010	2	91.1667	97.0506	6.5%
16	1999	3	110.1633	118.0317	7.1%	60	2010	3	84.6933	96.5627	14.0%
17	1999	4	102.7733	117.5438	14.4%	61	2010	4	81.7467	96.0747	17.5%
18	2000	1	107.6900	117.0558	8.7%	62	2011	1	82.4567	95.5868	15.9%
19	2000	2	107.3000	116.5679	8.6%	63	2011	2	81.0800	95.0989	17.3%
20	2000	3	108.0633	116.0800	7.4%	64	2011	3	77.0300	94.6109	22.8%
21	2000	4	111.2733	115.5920	3.9%	65	2011	4	77.5200	94.1230	21.3%
22	2001	1	120.0933	115.1041	4.2%	66	2012	1	80.1040	93.6351	16.9%
23	2001	2	122.5000	114.6162	6.4%	67	2012	2	79.4220	93.1472	17.3%
24	2001	3	121.1133	114.1282	5.8%	68	2012	3	78.1433	92.6592	18.6%
25	2001	4	125.8767	113.6403	9.7%	69	2012	4	82.9900	92.1713	11.1%
26	2002	1	133.6033	113.1524	15.3%	70	2013	1	92.8433	91.6834	1.2%
27	2002	2	124.0767	112.6644	9.2%	71	2013	2	99.0543	91.1954	7.9%
28	2002	3	119.9467	112.1765	6.5%	72	2013	3	98.1023	90.7075	7.5%
29	2002	4	121.2567	111.6886	7.9%	73	2013	4	101.9910	90.2196	11.5%
30	2003	1	118.6933	111.2007	6.3%	74	2014	1	102.3433	89.7316	12.3%
31	2003	2	119.3300	110.7127	7.2%	75	2014	2	101.7603	89.2437	12.3%
32	2003	3	116.3333	110.2248	5.3%	76	2014	3	105.5203	88.7558	15.9%
33	2003	4	108.9400	109.7369	0.7%	77	2014	4	116.9473	88.2678	24.5%
34	2004	1	106.3400	109.2489	2.7%	78	2015	1	119.0460	87.7799	26.3%
35	2004	2	109.5867	108.7610	0.8%	79	2015	2	122.0347	87.2920	28.5%
36	2004	3	110.1833	108.2731	1.7%	80	2015	3	121.6107	86.8040	28.6%
37	2004	4	103.7767	107.7851	3.9%	81	2015	4	121.3327	86.3161	28.9%
38	2005	1	105.1033	107.2972	2.1%	82	2016	1	115.4133	85.8282	25.6%
39	2005	2	108.0133	106.8093	1.1%	83	2016	2	106.6693	85.3402	20.0%
40	2005	3	112.2100	106.3213	5.2%	84	2016	3	102.3183	84.8523	17.1%
41	2005	4	118.0467	105.8334	10.3%	85	2016	4	112.1537	84.3644	24.8%
42	2006	1	116.9000	105.3455	9.9%	86	2017	1	112.4100	83.8764	25.4%

부록

표 3: Moving Average Time Series Regression Model (Forecast 3)

X1	Year	Quarter	Actual	Forecasted price	APE	X1	Year	Quarter	Actual	Forecasted price	APE
1	1997	4	126.3067			43	2008	4	94.8467	105.4318	11.2%
	1998	1	128.7900			44	2009	1	95.5067	105.0952	10.0%
	1998	2	136.8667	119.5671	12.6%	45	2009	2	96.7333	104.7586	8.3%
	1998	3	140.0533	119.2305	14.9%	46	2009	3	92.4800	104.4221	12.9%
2	1998	4	117.4867	118.8940	1.2%	47	2009	4	89.8233	104.0855	15.9%
3	1999	1	118.1267	118.5574	0.4%	48	2010	1	90.8667	103.7490	14.2%
4	1999	2	120.6933	118.2208	2.0%	49	2010	2	91.1667	103.4124	13.4%
5	1999	3	110.1633	117.8843	7.0%	50	2010	3	84.6933	103.0759	21.7%
6	1999	4	102.7733	117.5477	14.4%	51	2010	4	81.7467	102.7393	25.7%
7	2000	1	107.6900	117.2112	8.8%	52	2011	1	82.4567	102.4028	24.2%
8	2000	2	107.3000	116.8746	8.9%	53	2011	2	81.0800	102.0662	25.9%
9	2000	3	108.0633	116.5381	7.8%	54	2011	3	77.0300	101.7296	32.1%
10	2000	4	111.2733	116.2015	4.4%	55	2011	4	77.5920	101.3931	30.7%
11	2001	1	120.0933	115.8650	3.5%	56	2012	1	80.1040	101.0565	26.2%
12	2001	2	122.5000	115.5284	5.7%	57	2012	2	79.4220	100.7200	26.8%
13	2001	3	121.1133	115.1918	4.9%	58	2012	3	78.1433	100.3834	28.5%
14	2001	4	125.8767	114.8553	8.8%	59	2012	4	82.9900	100.0469	20.6%
15	2002	1	133.6033	114.5187	14.3%	60	2013	1	92.8433	99.7103	7.4%
16	2002	2	124.0767	114.1822	8.0%	61	2013	2	99.0543	99.3738	0.3%
17	2002	3	119.9467	113.8456	5.1%	62	2013	3	98.1023	99.0372	1.0%
18	2002	4	121.2567	113.5091	6.4%	63	2013	4	101.9910	98.7007	3.2%
19	2003	1	118.6933	113.1725	4.7%	64	2014	1	102.3433	98.3641	3.9%
20	2003	2	119.3300	112.8360	5.4%	65	2014	2	101.7603	98.0275	3.7%
21	2003	3	116.3333	112.4994	3.3%	66	2014	3	105.5203	97.6910	7.4%
22	2003	4	108.9400	112.1629	3.0%	67	2014	4	116.9473	97.3544	16.8%
23	2004	1	106.3400	111.8263	5.2%	68	2015	1	119.0460	97.0179	18.5%
24	2004	2	109.5867	111.4897	1.7%	69	2015	2	122.0347	96.6813	20.8%
25	2004	3	110.1833	111.1532	0.9%	70	2015	3	121.6107	96.3448	20.8%
26	2004	4	103.7767	110.8166	6.8%	71	2015	4	121.3327	96.0082	20.9%
27	2005	1	105.1033	110.4801	5.1%	72	2016	1	115.4133	95.6717	17.1%
28	2005	2	108.0133	110.1435	2.0%	73	2016	2	106.6693	95.3351	10.6%
29	2005	3	112.2100	109.8070	2.1%	74	2016	3	102.3183	94.9985	7.2%
30	2005	4	118.0467	109.4704	7.3%	75	2016	4	112.1537	94.6620	15.6%
31	2006	1	116.9000	109.1339	6.6%	76	2017	1	112.4100	94.3254	16.1%
32	2006	2	113.6000	108.7973	4.2%	77	2017	2	111.4870	93.9889	15.7%
33	2006	3	116.7267	108.4607	7.1%	78	2017	3	110.9820	93.6523	15.6%
34	2006	4	117.2233	108.1242	7.8%	79	2017	4	112.9570	93.3158	17.4%
35	2007	1	119.0567	107.7876	9.5%	80	2018	1	107.3573	92.9792	13.4%
36	2007	2	121.4267	107.4511	11.5%	81	2018	2	109.6020	92.6427	15.5%
37	2007	3	116.3100	107.1145	7.9%	82	2018	3	112.2297	92.3061	17.8%
38	2007	4	112.7400	106.7780	5.3%	83	2018	4	111.9930	91.9696	17.9%
39	2008	1	103.3333	106.4414	3.0%	84	2019	1	110.3933	91.6330	17.0%
40	2008	2	105.1867	106.1049	0.9%	85	2019	2	109.3613	91.2964	16.5%
41	2008	3	107.5833	105.7683	1.7%	86	2019	3	107.3290	90.9599	15.3%
42	2008	4									

표 4: Holt-Winters multiplicative seasonal model (Forecast 1, 2, 3)

Num	Year	Quarter	Actual	Forecast 1	APE	Num	Year	Quarter	Actual	Forecast 2	APE	Num	Year	Quarter	Actual	Forecast 3	APE
1	2012	2	79.42	80.73	1.6%	1	2014	4	116.95	104.71	10.5%	1	2017	2	111.49	114.81	3.0%
2	2012	3	78.14	77.14	1.3%	2	2015	1	119.05	109.75	7.8%	2	2017	3	110.98	114.11	2.8%
3	2012	4	82.99	77.36	6.8%	3	2015	2	122.03	112.78	7.6%	3	2017	4	112.96	116.83	3.4%
4	2013	1	92.84	79.88	14.0%	4	2015	3	121.61	110.24	9.3%	4	2018	1	107.36	113.60	5.8%
5	2013	2	99.05	80.68	18.6%	5	2015	4	121.33	114.73	5.4%	5	2018	2	109.60	112.36	2.5%
6	2013	3	98.10	76.97	21.5%	6	2016	1	115.41	120.01	4.0%	6	2018	3	112.23	110.92	1.2%
7	2013	4	101.99	76.77	24.7%	7	2016	2	106.67	123.08	15.4%	7	2018	4	111.99	112.51	0.5%
8	2014	1	102.34	77.35	24.4%	8	2016	3	102.32	120.09	17.4%	8	2019	1	110.39	107.97	2.2%
9	2014	2	101.76	68.92	32.3%	9	2016	4	112.15	124.76	11.2%	9	2019	2	109.36	104.80	4.2%
10	2014	3	105.52	20.11	80.9%	10	2017	1	112.41	130.26	15.9%	10	2019	3	107.33	100.63	6.2%

부록

표 5: Multiplicative Decomposition Model (Forecast 1)

XI	Year	Quarter	Actual	Forecasted price	APE	XI	Year	Quarter	Actual	Forecasted price	APE
1	1992	4	124.27	117.83	5.2%	45	2003	4	108.94	106.38	2.3%
2	1993	1	119.20	118.96	0.2%	46	2004	1	106.34	107.38	1.0%
3	1993	2	108.47	118.63	9.4%	47	2004	2	109.59	107.06	2.3%
4	1993	3	105.27	118.00	12.1%	48	2004	3	110.18	106.46	3.4%
5	1993	4	109.85	116.79	6.3%	49	2004	4	103.78	105.34	1.5%
6	1994	1	105.28	117.91	12.0%	50	2005	1	105.10	106.33	1.2%
7	1994	2	101.63	117.58	15.7%	51	2005	2	108.01	106.01	1.9%
8	1994	3	99.91	116.95	17.1%	52	2005	3	112.21	105.41	6.1%
9	1994	4	98.55	115.75	17.4%	53	2005	4	118.05	104.30	11.6%
10	1995	1	94.30	116.86	23.9%	54	2006	1	116.90	105.28	9.9%
11	1995	2	84.51	116.53	37.9%	55	2006	2	113.60	104.95	7.6%
12	1995	3	95.24	115.90	21.7%	56	2006	3	116.73	104.36	10.6%
13	1995	4	102.51	114.71	11.9%	57	2006	4	117.22	103.26	11.9%
14	1996	1	106.49	115.81	8.8%	58	2007	1	119.06	104.23	12.5%
15	1996	2	107.68	115.47	7.2%	59	2007	2	121.43	103.90	14.4%
16	1996	3	109.05	114.85	5.3%	60	2007	3	116.31	103.32	11.2%
17	1996	4	114.64	113.67	0.8%	61	2007	4	112.74	102.22	9.3%
18	1997	1	121.92	114.75	5.9%	62	2008	1	103.33	103.17	0.2%
19	1997	2	119.34	114.42	4.1%	63	2008	2	105.19	102.85	2.2%
20	1997	3	119.97	113.80	5.1%	64	2008	3	107.58	102.27	4.9%
21	1997	4	126.31	112.63	10.8%	65	2008	4	94.85	101.18	6.7%
22	1998	1	128.79	113.70	11.7%	66	2009	1	95.51	102.12	6.9%
23	1998	2	136.87	113.37	17.2%	67	2009	2	96.73	101.80	5.2%
24	1998	3	140.05	112.75	19.5%	68	2009	3	92.48	101.22	9.4%
25	1998	4	117.49	111.59	5.0%	69	2009	4	89.82	100.14	11.5%
26	1999	1	118.13	112.65	4.6%	70	2010	1	90.87	101.07	11.2%
27	1999	2	120.69	112.32	6.9%	71	2010	2	91.17	100.75	10.5%
28	1999	3	110.16	111.71	1.4%	72	2010	3	84.69	100.17	18.3%
29	1999	4	102.77	110.55	7.6%	73	2010	4	81.75	99.10	21.2%
30	2000	1	111.60	111.60	3.6%	74	2011	1	82.46	100.02	21.3%
31	2000	2	107.30	111.27	3.7%	75	2011	2	81.08	99.69	23.0%
32	2000	3	108.06	110.66	2.4%	76	2011	3	77.03	99.12	28.7%
33	2000	4	111.27	109.51	1.6%	77	2011	4	77.59	98.06	26.4%
34	2001	1	120.09	110.54	8.0%	78	2012	1	80.10	98.96	23.5%
35	2001	2	122.50	110.21	10.0%	79	2012	2	79.42	98.64	24.2%
36	2001	3	121.11	109.61	9.5%	80	2012	3	78.14	98.07	25.5%
37	2001	4	125.88	108.47	13.8%	81	2012	4	82.99	97.02	16.9%
38	2002	1	133.60	109.49	18.0%	82	2013	1	92.84	97.91	5.5%
39	2002	2	124.08	109.16	12.0%	83	2013	2	99.05	97.59	1.5%
40	2002	3	119.95	108.56	9.5%	84	2013	3	98.10	97.02	1.1%
41	2002	4	121.26	107.42	11.4%	85	2013	4	101.99	95.98	5.9%
42	2003	1	118.69	108.44	8.6%	86	2014	1	102.34	96.86	5.4%
43	2003	2	119.33	108.11	9.4%	87	2014	2	101.76	96.54	5.1%
44	2003	3	116.33	107.51	7.6%	88	2014	3	105.52	95.97	9.0%

표 6: Multiplicative Decomposition Model (Forecast 2)

XI	Year	Quarter	Actual	Forecasted price	APE	XI	Year	Quarter	Actual	Forecasted price	APE
1	1995	2	84.51	123.72	46.4%	45	2006	2	113.60	106.11	6.6%
2	1995	3	95.24	121.59	27.7%	46	2006	3	116.73	104.23	10.7%
3	1995	4	102.51	119.83	16.9%	47	2006	4	117.22	102.66	12.4%
4	1996	1	106.49	121.57	14.2%	48	2007	1	119.06	104.10	12.6%
5	1996	2	107.68	122.12	13.4%	49	2007	2	121.43	104.51	13.9%
6	1996	3	109.05	120.02	10.1%	50	2007	3	116.31	102.66	11.7%
7	1996	4	114.64	118.27	3.2%	51	2007	4	112.74	101.10	10.3%
8	1997	1	121.92	119.99	1.6%	52	2008	1	103.33	102.52	0.8%
9	1997	2	119.34	120.52	1.0%	53	2008	2	105.19	102.91	2.2%
10	1997	3	119.97	118.44	1.3%	54	2008	3	107.58	101.08	6.0%
11	1997	4	126.31	116.71	7.6%	55	2008	4	94.85	99.54	5.0%
12	1998	1	128.79	118.40	8.1%	56	2009	1	95.51	100.93	5.7%
13	1998	2	136.87	118.92	13.1%	57	2009	2	96.73	101.31	4.7%
14	1998	3	140.05	116.86	16.6%	58	2009	3	92.48	99.50	7.6%
15	1998	4	117.49	115.15	2.0%	59	2009	4	89.82	97.98	9.1%
16	1999	1	118.13	116.81	1.1%	60	2010	1	90.87	99.34	9.3%
17	1999	2	120.69	117.32	2.8%	61	2010	2	91.17	99.71	9.4%
18	1999	3	110.16	115.28	4.6%	62	2010	3	84.69	97.92	15.6%
19	1999	4	102.77	113.59	10.5%	63	2010	4	81.75	96.42	18.0%
20	2000	1	107.69	115.22	7.0%	64	2011	1	82.46	97.75	18.5%
21	2000	2	107.30	115.72	7.8%	65	2011	2	81.08	98.11	21.0%
22	2000	3	108.06	113.70	5.2%	66	2011	3	77.03	96.34	25.1%
23	2000	4	111.27	112.03	0.7%	67	2011	4	77.59	94.86	22.3%
24	2001	1	120.09	113.63	5.4%	68	2012	1	80.10	96.16	20.0%
25	2001	2	122.50	114.12	6.8%	69	2012	2	79.42	96.51	21.5%
26	2001	3	121.11	112.13	7.4%	70	2012	3	78.14	94.76	21.3%
27	2001	4	125.88	110.46	12.2%	71	2012	4	82.99	93.30	12.4%
28	2002	1	133.60	112.05	16.1%	72	2013	1	92.84	94.57	1.9%
29	2002	2	124.08	112.52	9.3%	73	2013	2	99.05	94.91	4.2%
30	2002	3	119.95	110.55	7.8%	74	2013	3	98.10	93.19	5.0%
31	2002	4	121.26	108.90	10.2%	75	2013	4	101.99	91.74	10.1%
32	2003	1	118.69	110.46	6.9%	76	2014	1	102.34	92.99	9.1%
33	2003	2	119.33	110.92	7.1%	77	2014	2	101.76	93.31	8.3%
34	2003	3	116.33	108.97	6.3%	78	2014	3	105.52	91.61	13.2%
35	2003	4	108.94	107.34	1.5%	79	2014	4	116.95	90.18	22.9%
36	2004	1	106.34	108.87	2.4%	80	2015	1	119.05	91.40	23.2%
37	2004	2	109.59	109.32	0.2%	81	2015	2	122.03	91.71	24.8%
38	2004	3	110.18	107.39	2.5%	82	2015	3	121.61	90.03	26.0%
39	2004	4	103.78	105.78	1.9%	83	2015	4	121.33	88.62	27.0%
40	2005	1	105.10	107.28	2.1%	84	2016	1	115.41	89.81	22.2%
41	2005	2	108.01	107.72	0.3%	85	2016	2	106.67	90.11	15.5%
42	2005	3	112.21	105.81	5.7%	86	2016	3	102.32	88.45	13.6%
43	2005	4	118.05	104.22	11.7%	87	2016	4	112.15	87.06	22.4%
44	2006	1	116.90	105.69	9.6%	88	2017	1	112.41	88.22	21.5%